Année universitaire 2020-2021
Licence 3: ACTUARIAT
Sondages
Durée: 2 heures 30

Exercice 1.

1. Rappeler la formule du π-estimateur et la formule de la variance de cet estimateur.
2. Qu'est ce qu'un sondage stratifié? Donner dans ce cas le plan de sondage.
3. Quand est-ce qu'un plan stratifié est dit à allocation proportionnelle?
4. Qu'est ce qu'un plan par grappes?

Exercice 2. Dans une population $U = \Big\{1,2,3,4,5\Big\}$, on considère le plan de sondage suivant:

$$\mathbb{P}\Big[\{1,2,3\}\Big] = \frac{1}{6} \qquad \mathbb{P}\Big[\{1,2,5\}\Big] = \frac{1}{6} \qquad \mathbb{P}\Big[\{1,4,5\}\Big] = \frac{1}{6}$$

$$\mathbb{P}\Big[\{2,3,4\}\Big] = \frac{1}{6} \qquad \mathbb{P}\Big[\{2,3,5\}\Big] = \frac{1}{6} \qquad \mathbb{P}\Big[\{3,4,5\}\Big] = \frac{1}{6}$$

1. Calculer les probabilités d'inclusion d'ordre 1 notées π_k. Quelle(s) relations(s) vérifient-elles?
2. Calculer les probabilités d'inclusion d'ordre 2 notées π_{kl} .
3. De quel plan de sondage s'agit-il ?

Exercice 3. On considèreune population $U = \Big\{1,2,3\Big\}$ sur laquelle on définit le plan de sondage suivant

$$\mathbb{P}\Big[\{1,2\}\Big] = \frac{1}{2} \qquad \mathbb{P}\Big[\{1,3\}\Big] = \frac{1}{4} \qquad \mathbb{P}\Big[\{2,3\}\Big] = \frac{1}{4}.$$

Soit Y une variable définie sur U telle que $Y_1 = Y_2 = 3$, $Y_3 = 6$. On veut estimer le total T_Y.

1. Calculer les probabilités d'inclusion d'ordre 1 notées π_k. Quelle(s) relations(s) vérifient-elles?
2. Calculer les probabilités d'inclusion d'ordre 2 notées π_{kl} .
3. De quel plan de sondage s'agit-il ?
4. Donner la distribution de probabilités de l'estimateur de Horvitz-Thompson du total noté $\widehat{T}_{HT}$.